

государственное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №14 «Центр образования» имени кавалера ордена Ленина Н.Ф.Шутова городского округа Сызрань Самарской области

<p>РАССМОТРЕНО на заседании МО протокол № 1 от 30.08.2020г.</p> <hr/> <p>Круглова С.В.</p>	<p>ПРОВЕРЕНО Заместитель директора по УВР «_30_»_08_____2020г.</p> <hr/> <p>Хайрулина Н.Р.</p>	<p>УТВЕРЖДАЮ Директор ГБОУ СОШ №14 «Центр образования» г.о.Сызрань</p> <hr/> <p>Марусина Е.Б. Приказ №421-од от 01.09.2020г.</p>
---	---	---

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса

«Модули. Основные понятия»

Рабочая программа элективного курса «Модули. Основные понятия» составлена с учетом требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (утвержден приказом министерства образования и науки Российской Федерации № 413 от 17.05.2012), в соответствии с основной образовательной программой среднего общего образования и учебного плана ГБОУ СОШ №14 «Центр образования» г. о. Сызрань.

Курс по выбору «Модули» предназначен для учащихся 10, 11 классов средней школы. Он ориентирован на углубление и расширение знаний, на развитие любознательности, интереса к математике. Программа включает теоретический и практический материал.

Литература.

- А.Я. Колодко, Л.С. Колодко *Сборник задач по математике для абитуриентов, поступающих в НИИХ. Новосибирск, 1993.*
- А.Г.Калашикова. *Математика. Учебное пособие для учащихся подготовительных курсов НГТУ. Новосибирск, 2000.*
- З.И.Ф. Шарыгин. *Факультативный курс по математике.*

Цель: расширение знаний учащихся, повышение уровня математической подготовки выпускников.

Задача: как можно полнее развить потенциальные творческие способности учащихся.

Курс рассчитан на 34 часа.

Планируемые результаты освоения курса

- расширение и развитие содержания базового курса по этим темам;
- развитие интереса школьников к предмету;
- выявление и развитие математических способностей, сообразительности и наблюдательности; логического мышления;
- подготовка обучающихся средней школы к сдаче ЕГЭ по математике и продолжению образования в ВУЗах, где дисциплины математического цикла относятся к числу ведущих, профилирующих.

Содержание курса

I. Введение.(1 час)

Модулем (абсолютной величиной) действительного числа a называется само это число, если $a \geq 0$, и противоположное число $-a$, если $a < 0$. Модуль числа обозначается $|a|$.

$$\text{Итак, } |a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

$$\text{Например. } |-3| = -(-3) = 3$$

$$|3| = 3$$

$$|\pi - 3| = \pi - 3, \text{ т.к. } \pi > 3$$

$$|3x - 2| = 3x - 2, \text{ если } x > \frac{2}{3} (3x - 2) \geq 0$$

$$|3x - 2| = 2 - 3x, \text{ если } x \leq \frac{2}{3} (3x - 2) < 0$$

Геометрически $|a|$ означает расстояние на координатной прямой точки a от точки 0

II. Свойства абсолютной величины. (3 часа)

$$1 \quad |a| = -a$$

Это равенство непосредственно вытекает из определения абсолютной величины.

$$2 \quad |a| \geq a, |a| \geq -a$$

$$\text{Если } a \geq 0, \text{ то } |a| = a \Rightarrow |a| \geq -a$$

$$\text{Пример. } a = 2, |2| = 2 \geq -2$$

$$\text{Если } a < 0, \text{ то } |a| = -a \Rightarrow |a| \geq a, \text{ т.к. } |a| \geq 0$$

$$\text{Пример. } a = -2, |-2| = -(-2) = 2 \Rightarrow |-2| \geq -2$$

$$3. |ab| = |a| \cdot |b|$$

$$\text{Пример. } |2 \cdot (-5)| = |2| \cdot |-5| = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0)$$

$$\text{Пример. } \left| \frac{12}{15} \right| = \frac{|12|}{|15|} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Эти равенства вытекают из правила знаков.

$$4. |a + b| \leq |a| + |b|$$

Есть две возможности:

1) $a + b \geq 0$, тогда $|a + b| = a + b$,

но $a \leq |a|, b \leq |b|$

(смотри свойство 2) и поэтому

$$|a + b| \leq |a| + |b| (*)$$

2) Если $a + b < 0$, тогда $|a + b| = -(a + b) = (-a) + (-b)$, но

$-a \leq |a|, -b \leq |b|$ (смотри свойство 2) и поэтому $(-a) + (-b) \leq |a| + |b| (**)$

Из неравенств (*) и (**) следует, что $|a + b| \leq |a| + |b|$

$$5. |a - b| \geq |a| - |b|$$

Так как $a = (a - b) + b$, то по свойству 4:

$$|a| = |(a - b) + b| \leq |a - b| + |b|$$

откуда $\Rightarrow |a| - |b| \leq |a - b|$ или $|a - b| \geq |a| - |b|$

$$6. |a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0$$

$$7. |a - b| \leq |a| + |b|$$

$$8. |a - b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \leq 0$$

$$9. |a|^2 = a^2$$

Учащиеся должны понять определение модуля, понимать его геометрический смысл.

III. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. (11 часов).

Учащиеся должны освоить методы решения уравнений, содержащих абсолютные величины.

Наиболее распространённым методом решения уравнений, содержащих абсолютные величины, является метод, при котором знак абсолютной величины раскрывается на основании её определения.

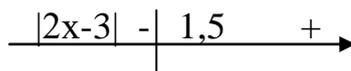
$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x \leq 0. \end{cases}$$

Пример 1.

$$|2x - 3| = x + 2$$

$$|2x - 3| = 2x - 3 \quad \text{если } x \geq 1,5$$

$$|2x - 3| = 3 - 2x, \quad \text{если } x \leq 1,5$$



1. $x \geq 1,5$

$$2x - 3 = x + 2$$

$$x = 5 \geq 1,5$$

2. $x \leq 1,5$

$$3 - 2x = x + 2$$

$$-3x = -1$$

$$x = \frac{1}{3} \leq 1,5$$

$$\left[\frac{1}{3}; 5 \right]$$

Тренировочные упражнения.

1) $|-x| = 2,1$

Ответ.-2,1; 2,1

2) $|3-x| = 8$

Ответ.-5; 11

3) $|3-4x| = 3$

Ответ.0; 1,5

4) $|4x+3| = 2$

Ответ.-0,25

5) $\left| \frac{3}{4x} - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4}$

Ответ.1/3; 1.

Пример2.

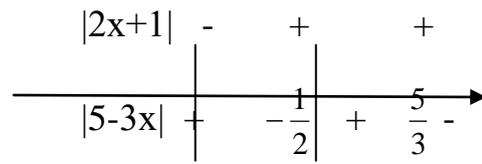
$$|2x+1| + |5-3x| + 1-4x = 0$$

Найдём нули подмодульных выражений: $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{5}{3}$

Область определения данного уравнения разбивается точками $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{5}{3}$ на

три промежутка, в которых меняют знаки выражения стоящие под знаком модуля. Расставим знаки выражений на полученных промежутках.

Решим данное уравнение на каждом из полученных промежутков. Получим три уравнения, в каждом из которых на неизвестное наложено ограничение. Граничные точки будем включать и в левые, и в правые интервалы, поскольку решения в дальнейшем объединяются



$$I. \quad x \leq -\frac{1}{2}$$

$$-(2x+1) + (5-3x) + 1 - 4x = 0$$

$$-2x - 1 + 5 - 3x + 1 - 4x = 0$$

$$-9x = -5$$

$$x = \frac{5}{9} \text{ — посторонний корень, так как не удовлетворяет условию } x \leq -\frac{1}{2}$$

$$II. \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{3}$$

$$2x + 1 + 5 - 3x + 1 - 4x = 0$$

$$-5x = -7$$

$$x = \frac{7}{5} = 1,4$$

Это значение попадает в рассматриваемую область и, значит, является решением исходного уравнения.

III.

$$x \geq \frac{5}{3}$$

$$2x + 1 + 3x - 5 + 1 - 4x = 0$$

$$x = 3$$

Является корнем уравнения

Выясним, являются ли корнями уравнения нули подмодульных выражений.

$$\text{Если } x = \frac{1}{2}, \text{ то } \left| 2 \cdot \frac{5}{3} + 1 \right| + \left| 5 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right| + 1 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$0 + 6,5 + 1 + 2 = 0 \quad \text{неверно.}$$

Число $-\frac{1}{2}$ не является корнем уравнения.

$$\text{Если } x = \frac{5}{3}, \text{ то } \left| 2 \cdot \frac{5}{3} + 1 \right| + \left| 5 - 3 \cdot \frac{5}{3} \right| + 1 - 4 \cdot \frac{5}{3} = 0$$

$4\frac{1}{3} + 0 - 6\frac{2}{3} = 0$ неверно, число $\frac{5}{3}$ не является корнем данного уравнения.

Ответ.1,4;3

Решение уравнений.

1. $|x+1| - |2x-3| = x-5$

Ответ.4;5

2. $|5x-13| - |6-5x| = 7$

Ответ. $x \leq 2,6$

3. $|x+2| = |2x-1|$

Ответ. $\frac{1}{3}; 3$

4. $|x^2 + 3x + 2| + 4x + 10 = 0$

Ответ.-3;-4.

5. $|x^2 - x - 2| = |x-3| + 5$

Ответ. $-1 + \sqrt{11}$

6. $|x^2 - 4x + 2| = \frac{(5x-4)}{3}$

Ответ.2;5

7. $|x^2 - 6x + 7| = \frac{(5x-9)}{3}$

Ответ.3;6

8. $x^2 + |1-x| = 1$

Ответ.0;1

9. $|x+1| + |5x-3| = |6x-2|$

Ответ. $(-\infty; -1] \cup [\frac{3}{5}; +\infty)$

10. $|7x+4| + |3-2x| = |5x+7|$

Ответ. $(\frac{4}{7}; 1,5]$

11. $|\frac{1}{2}x-1| + |4-\frac{3}{2}x| = |3-x|$

Ответ. $[2; \frac{8}{3}]$

12. $x^2 + 4|x-3| - 7x + 11 = 0$

Ответ. $\frac{(3-\sqrt{13})}{2}; \frac{(11-\sqrt{29})}{2}$

13. $x^2 - 4|x+1| + 5x + 3 = 0$

Ответ. $\frac{(-9-\sqrt{53})}{2}; \frac{(-1+\sqrt{5})}{2}$

14. $x^2 - 2|x+1| - 3x - 5 = 0$

Ответ: $x \leq \frac{2}{5}$

Литература:

✚ И.Ф.Шарыгин .Факультативный курс по математике. Решение задач.

✚ М.К.Потапов, С.Н. Олехник. Конкурсные задачи по математике.

IV. Неравенства. (11ч)

Сформировать у учащихся умение решать неравенства, содержащие абсолютную величину, дать представление о геометрической иллюстрации неравенств $|x| > a$, $|x| < a$.

Выработать умения решать неравенства, содержащие абсолютную величину. Для решения неравенств, содержащих абсолютную величину, обычно избавляются от знаков абсолютных величин.

Для освобождения от знаков абсолютной величины надо отметить на координатной оси все точки, в каждой из которых меняет знак хотя бы одна из функций, находящихся в неравенстве под знаком модуля. Таким образом, координатная ось разбивается на некоторое число промежутков. На каждом таком промежутке неравенство заменяется на другое неравенство, не содержащее знаков абсолютной величины и равносильное исходному неравенству на этом промежутке. Каждое из полученных неравенств решается, и из полученного множества решений отбираются числа, лежащие на рассматриваемом промежутке. Они и будут решениями исходного неравенства на этом промежутке.

Для того, чтобы выписать все решения исходного неравенства, объединяют все его решения, найденные на этих промежутках.

Рассмотрим неравенство $|x| \leq a$, где $a > 0$. Этому неравенству удовлетворяют все точки x , находящиеся на расстоянии, не большем a , от точки O , т.е. точки отрезка $[-a; a]$



$$|x| \leq a$$

Отрезок $[-a; a]$ - это множество чисел x , удовлетворяющих неравенству $-a \leq x \leq a$

Следовательно, неравенство $|x| \leq a$, где $a > 0$, означает то же самое, что и двойное неравенство $-a \leq x \leq a$

Например, неравенство $|x| \leq 3$ означает, что $-3 \leq x \leq 3$

Пример1. $|5 - 3x| < 8$

$$-8 < 5 - 3x < 8$$

$$-8 - 5 < -3x < 8 - 5$$

$$-13 < -3x < 3$$

$$-3 < 3x < 13$$

$$-1 < x < \frac{13}{3} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 5 - 3x > -8 \\ 5 - 3x < 8 \end{cases}$$

Рассмотрим неравенство $|x| \geq a$, где $a > 0$

Этому неравенству удовлетворяют все точки x , находящиеся от точки 0 на расстоянии, не меньшем a , т.е. точки двух лучей $x \geq a$ и $x \leq -a$

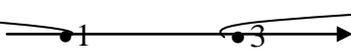
Пример2. $|x - 1| \geq 2$

$$1. \begin{cases} x - 1 \geq 2 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \geq 1 \end{cases}$$



$$2. \begin{cases} 1 - x \geq 2 \\ x - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x < 1 \end{cases}$$



Общее решение:  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

Упражнения.

$$1. |2x + 3| < 3 \quad \text{Ответ: } (-3; 0)$$

$$2. |4 - 5x| \geq 4 \quad \text{Ответ: } (-\infty; 0] \cup [1, 6; +\infty)$$

Пример3. $x^2 - |5x - 3| - x < 2$

Найдём нули подмодульного выражения: $x = \frac{3}{5}$.

Эта точка разбивает область определения на два промежутка: $(-\infty; \frac{3}{5})$, $(\frac{3}{5}; +\infty)$

Решим неравенство отдельно на каждом промежутке.

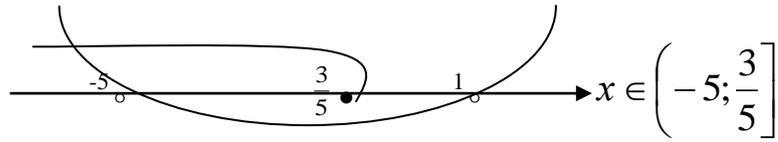
$$1. x \leq \frac{3}{5}, |5x - 3| < 0$$

$$x^2 - (3 - 5x) - x < 2$$

$$x^2 - 3 + 5x - x < 2$$

$$x^2 + 4x - 5 < 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$



$$2. x \geq \frac{3}{5}, \quad |5x - 3| > 0$$

$$x^2 - (5x - 3) - x < 2$$

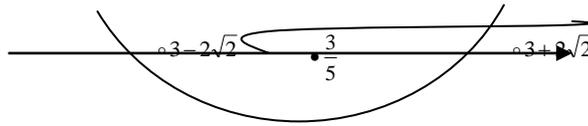
$$x^2 - 5x + 3 - x < 2$$

$$x^2 - 6x + 1 < 0$$

$$D = 36 - 4 = 32, \quad \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$x_1 = \frac{6 + 4\sqrt{2}}{2} = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$x_2 = 3 - 2\sqrt{2}$$



$$x \in \left[\frac{3}{5}; 3 + 2\sqrt{2} \right]$$

Общее решение:

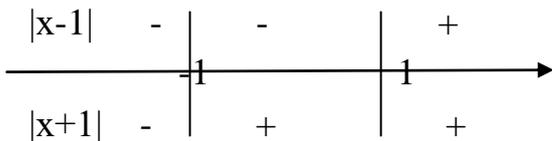


$$x \in (-5; 3 + 2\sqrt{2})$$

Пример 4.

$$|x - 1| + |x + 1| < 4$$

Нули подмодульных выражений: $x = 1, x = -1$



$$1) x \leq -1$$

$$1 - x + (-x - 1) < 4$$

$$1 - x - x - 1 < 4$$

$$-2x < 4$$

$$x > -2$$

$$x \in (-2; 1]$$

$$2) -1 \leq x \leq 1$$

$$1-x+x+1 < 4$$

$$0x < 2$$

$$x \in [-1; 1]$$

$$3)x \geq 1$$

$$x-1+x+1 < 4$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$



$$x \in [1; 2)$$

Общее решение:

$$x \in (-2; 2)$$

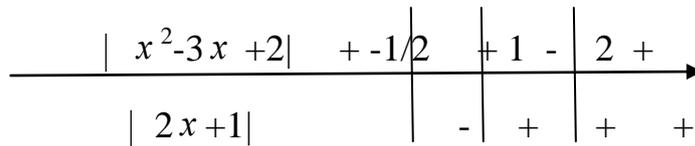
Пример 5. $|x^2 - 3x + 2| + |2x + 1| \leq 5$

I способ. Нули подмодульных выражений:

$$a) x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 1$$

$$b) 2x + 1 = 0, x = -\frac{1}{2}$$



$$1) x \leq -\frac{1}{2}$$

$$x^2 - 3x + 2 \leq 5 - (-2x - 1)$$

$$x^2 - 3x + 2 - 5 - 2x - 1 \leq 0$$

$$x^2 - 5x - 4 \leq 0$$

$$x^2 - 5x - 4 = 0$$

$$D = 25 + 16 = 41$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{41}}{2}$$

$$x \in \left[\frac{5 - \sqrt{41}}{2}; -\frac{1}{2} \right]$$

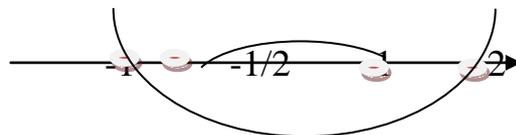
$$2) -\frac{1}{2} x \leq 1$$

$$x^2 - 3x + 2 \leq 5 - (2x + 1)$$

$$x^2 - 3x + 2 \leq 5 - 2x - 1$$

$$x^2 - 3x + 2 - 5 + 2x + 1 \leq 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = -1$$



$$x \in \left[-\frac{1}{2}; 1 \right]$$

$$3) 1 \leq x \leq 2$$

$$-x^2 + 3x - 2 \leq 5 - 2x - 1$$

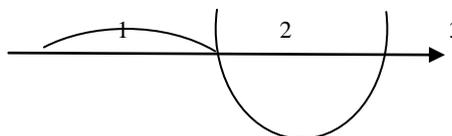
$$-x^2 + 3x - 2 - 5 + 2x + 1 \leq 0$$

$$-x^2 + 5x - 6 \leq 0$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$x \in [1; 2]$$



$$4) x \geq 2,$$

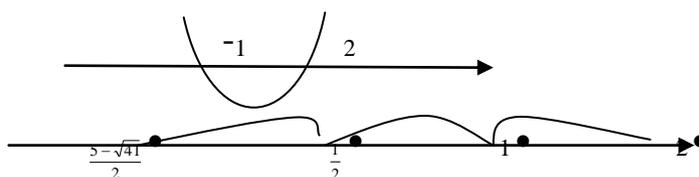
$$x^2 - 3x + 2 + 2x + 1 \leq 5$$

$$x^2 - 3x + 2 + 2x + 1 - 5 \leq 0$$

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$x = 2, x = -1$$

$$x = 2$$



Общее решение:

$$x \in \left[\frac{5 - \sqrt{41}}{2}; 2 \right]$$

II способ.

Другой подход к неравенствам, содержащим абсолютную величину, состоит в следующем:

Неравенство $|a| \leq b$ эквивалентно системе:
$$\begin{cases} a \leq b \\ a \geq -b \end{cases}$$

Неравенство $|a| \geq b$ эквивалентно объединению:
$$\begin{cases} a \geq b \\ a \leq -b \end{cases}$$

(В системе должны выполняться оба неравенства. Соответствует союзу «и». Объединение неравенств означает, что должно выполняться хотя бы одно из неравенств.

Соответствует союзу «или»)

$$|x^2 - 3x + 2| \leq 5 - |2x + 1|$$

$$|x^2 - 3x + 2| + |2x + 1| \leq 5$$

Решим неравенство данным способом.

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 5 - |2x + 1| \\ x^2 - 3x + 2 \geq -5 + |2x + 1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2x + 1| \leq -x^2 + 3x + 3 \\ |2x + 1| \leq x^2 - 3x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \leq -x^2 + 3x + 3 \\ 2x + 1 \geq x^2 - 3x - 3 \\ 2x + 1 \leq x^2 - 3x + 7 \\ 2x + 1 \geq -x^2 + 3x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x^2 - 5x - 4 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0 \\ x^2 - x + 8 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \\ x \leq 2 \\ x - \text{любое} \end{cases} \text{ или } x \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \leq x \leq 2 \\ x \leq 2 \text{ или } x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\frac{5 - \sqrt{41}}{2} \leq x \leq 2$$

$$\text{Ответ: } \left[\frac{5 - \sqrt{41}}{2}; 2 \right]$$

Упражнения:

$$1. \frac{|x-3| |x-3|}{x-5x+6} \geq 1$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{15}{8}; 2 \right] \cup (3; +\infty)$$

$$2. \left| x \geq \frac{2x}{|x-3|} \right|$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$$

$$3. \frac{|x+2|}{2-|x|} > 27$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{13}{7}; 2 \right)$$

$$4. \frac{|x-3|}{x-5x+6} \geq 2$$

$$\text{Ответ: } (1,5; 2)$$

$$5. \left| \frac{3x+1}{x-3} \right| < 3$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; \frac{4}{3} \right)$$

$$6. |2x - x - 1| + x < 3$$

$$\text{Ответ: } (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$$

Литература.

✚ А.Я. Колодко, Л.С. Колодко

*Сборник задач по математике для абитуриентов, поступающих в НИИХ.
Новосибирск, 1993.*

✚ А.Г. Калашикова.

*Математика. Учебное пособие для учащихся подготовительных курсов НГТУ.
Новосибирск, 2000.*

✚ И.Ф. Шарыгин.

*Факультативный курс по математике.
М.: «Просвещение», 1989.*

✚ М.К. Потапов, С.Н. Олехник
 Конкурсные задачи по математике.
 М. «Столетие», 1995.

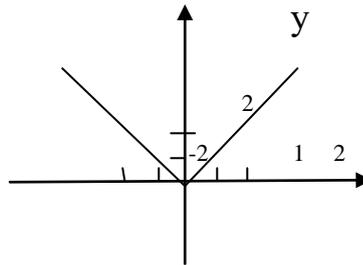
✚ Э.З. Шувалова и др.
 Повторим математику.
 «Высшая школа», 1984.

Графики функций. (11ч)

Приёмы построения графиков.

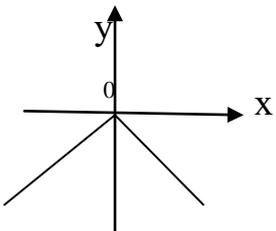
1) $y=|x|$

x	y
1	1
2	2
-2	2

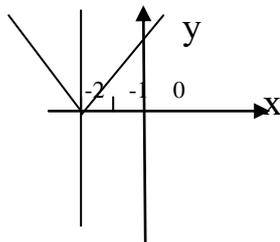


Схематичное построение.

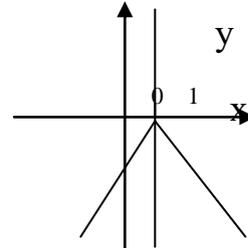
$$y=-|x|$$



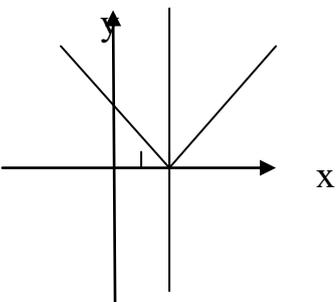
$$y=|x+2|$$



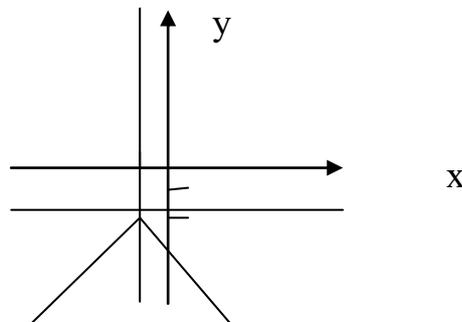
$$y=-|x-1|$$



$$y=|x-2|$$



$$y=-|x+1|-2$$



2) $y=|x-1|-|x-2|-|x-3|$

Находим интервалы знакопостоянства выражений: $x-1$, $x-2$, $x-3$, для чего находим нули подмодульных выражений.

$$x-1=0 \quad x-2=0 \quad x-3=0$$

$x=1$	$x=2$	$x=3$
$ x-1 $	-	+
$ x-2 $	-	+
$ x-3 $	-	+

1) Если $x \leq 1$, то $y = 1 - x - (2 - x) - (3 - x)$

$$y = 1 - x - 2 + x - 3 + x$$

$$y = x - 4 \quad (0; -4), (-1; -5)$$

2) Если $1 \leq x \leq 2$, то $y = x - 1 - (2 - x) - (3 - x)$

$$y = x - 1 - 2 + x - 3 + x$$

$$y = 3x - 6 \quad (2; 0), (1; -3)$$

3) Если $2 \leq x \leq 3$, то $y = x - 1 - (x - 2) - (3 - x)$

$$y = x - 1 - x + 2 - 3 + x$$

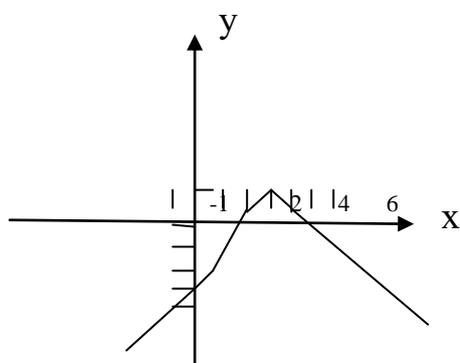
$$y = x - 2 \quad (2; 0), (3; 1)$$

4) Если $x \geq 3$, то $y = x - 1 - (x - 2) - (x - 3)$

$$y = x - 1 - x + 2 - x + 3$$

$$y = -x + 4 \quad (3; 1), (4; 0)$$

На каждом из интервалов функция является линейной. Строим график функции.



2 способ. 3, то $y = x - 1 - (x - 2) - (x - 3)$

Определи вершины ломаной. Абсциссы: $x=1$, $x=2$, $x=3$.

Найдём ординаты ломаной.

$$y(1) = |1-1| - |1-2| - |1-3| = 0 - 1 - 2 = -3$$

$$y(2) = |2-1| - |2-2| - |2-3| = 1 - 0 - 1 = 0$$

$$y(3) = |3-1| - |3-2| - |3-3| = 2 - 1 - 0 = 1$$

Вершины ломаной $(1; -3)$, $(2; 0)$, $(3; 1)$.

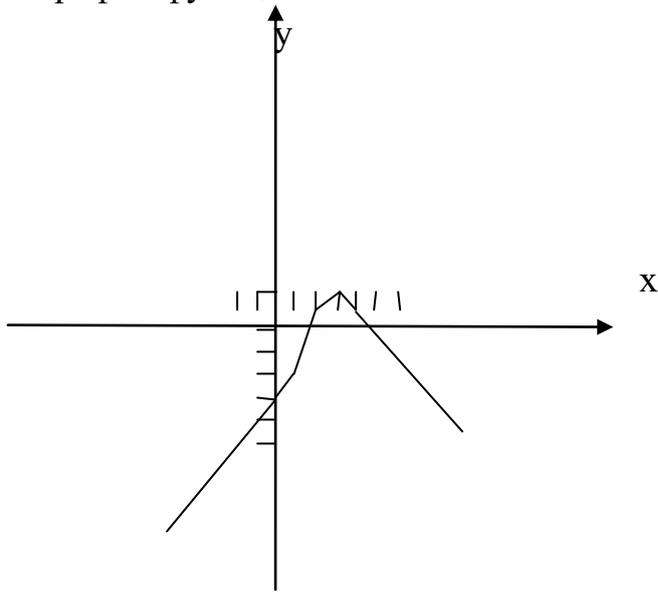
Найдём дополнительные точки:

$$y(0) = |0-1| - |0-2| - |0-3| = 1 - 2 - 3 = -4 \quad (0; -4)$$

$$y(4) = |4-1| - |4-2| - |4-3| = 3 - 2 - 1 = 0 \quad (4; 0)$$

$$y(1,5) = 0,5 - |-0,5| - |-1,5| = -1,5 \quad (1,5; -1,5)$$

Строим график функции.



Упражнения для самостоятельной работы.

1) $y = x + |x| + |x-1|$

2) $y = |x-2| + |x-3| - |x| - |x+1|$

Пример 2. $y = x^2 - 4|x| + 3$

$$x^2 - 4|x| + 3 = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & \text{если } x \geq 0 \\ x^2 + 4x + 3, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

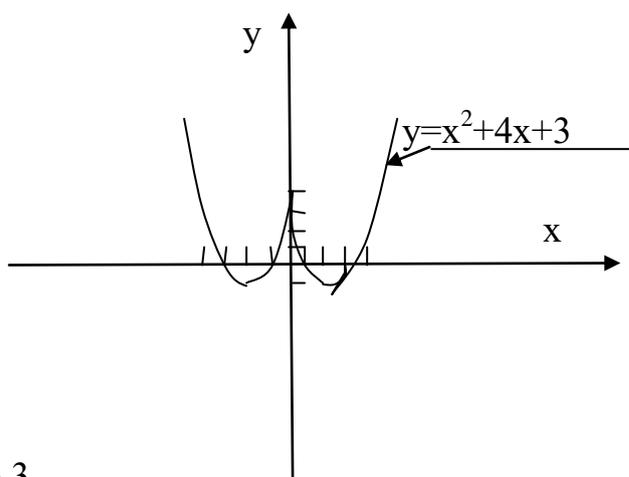
1) $y = x^2 - 4x + 3$

x	0	1	2	3	4
y	3	0	-1	0	3

2) $y = x^2 + 4x + 3$

x	-4	-3	-2	-1
y	0	-1	0	3

Строим график функции.



Пример 3.

$$y = |x^2 - 4x + 3|$$

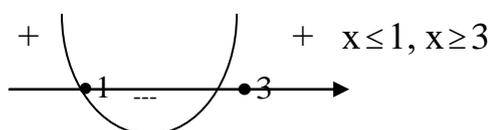
$$x^2 - 4x + 3 = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & \text{если } x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x^2 + 4x - 3, & \text{если } x^2 - 4x + 3 < 0, \text{ т.е. } x \in [1; 3] \end{cases}$$

а) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$x_1 = 3, x_2 = 1$$

б) $x^2 - 4x + 3 < 0 \quad x \in [1; 3]$



Составим таблицы значений функции для построения графика.

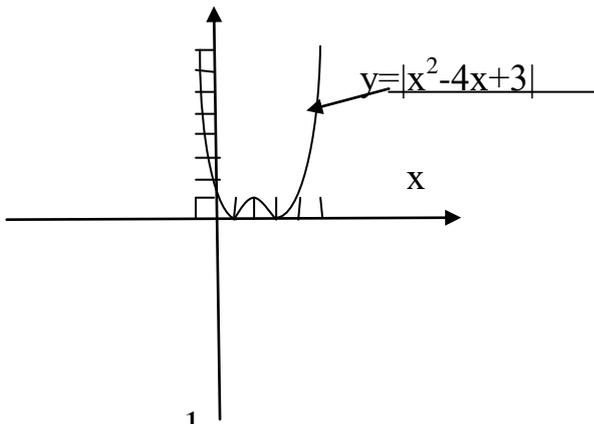
1) $y = x^2 - 4x + 3, x \leq 1, x \geq 3$

x	0	1	3	4	5
y	3	0	0	3	8

$y = -x^2 + 4x - 3, x \in [1; 3]$

x	1	1,5	2	2,5	3
y	0	0,75	1	0,75	0

Строим график функции.



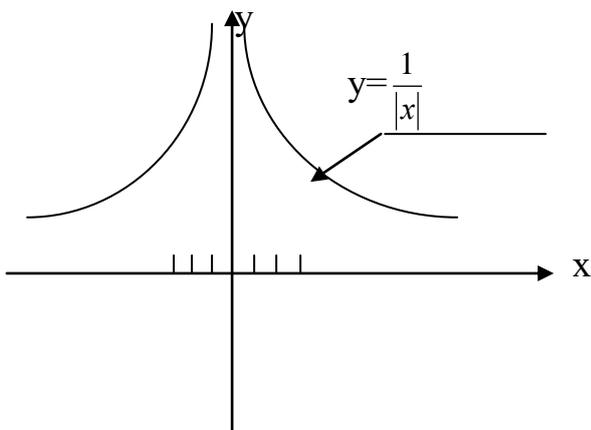
Пример 4. $y = \frac{1}{|x|}$

$$\frac{1}{|x|} = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x > 0 \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } x < 0 \end{cases} \quad 1) y = \frac{1}{x}$$

x	1	2	3
y	1	1/2	1/3

2) $y = -\frac{1}{x}$

x	-3	-2	1
y	101/3	1/2	1

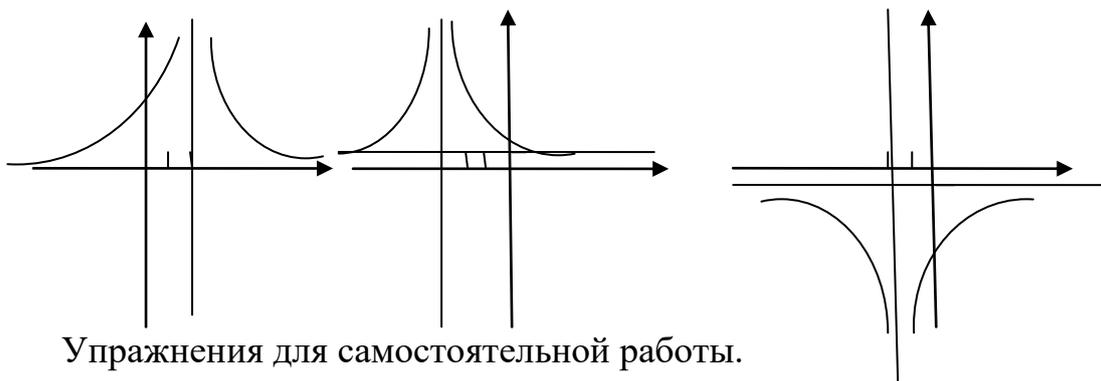


Схематичное построение графиков.

$$y = \frac{1}{|x-2|}$$

$$y = \frac{1}{|x+3|} + 1$$

$$y = -\frac{1}{|x+2|} - 1$$



Упражнения для самостоятельной работы.

$$y = x^2 - 3|x| + 2$$

$$y = x^2 - |x| - 2$$

$$y = |x^2 - 5x + 6|$$

$$y = \frac{2}{|x-3|} + 1$$

$$y = -\frac{1}{|x+2|} - 1$$

Тематический план.

№ п.п.	Тема	Вид занятий	Количество часов.
1.	Введение. Модуль. Геометрический смысл модуля.	Актуализация знаний.	1ч
2.	Теоретический материал. Свойства модуля.	Лекция.	3ч
3.	Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.	Практические занятия.	11ч
4.	Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.	Практические занятия.	11ч

<i>5</i>	<i>Графики функций, содержащие переменную под знаком модуля.</i>	<i>Практические занятия</i>	<i>11ч</i>
----------	--	-----------------------------	------------